

BLOQUE 1. EL NÚMERO Y SU MEDIDA. APLICACIÓN DE LAS TIC PARA CALCULAR Y MEDIR

CC-BY 4.0 Ángel Vázquez Hernández
2023



<https://cienciamorada.es>

Sumario

NÚMEROS. TIPOS, OPERACIONES Y REPRESENTACIÓN.....	1
Números naturales, enteros y reales...	1
Números naturales, enteros y reales	2
Ortografía de los números escritos con cifras.....	3
Notación científica.....	4
Escritura de números muy grandes.	4
Escritura de números muy pequeños	5
Números racionales.....	5
Divisibilidad.....	6
Descomposición en producto de factores primos.....	6
Fracciones equivalentes.....	7
Método estándar de redondeo.....	8
Cifras significativas.....	9
Números periódicos.....	9
Multiplicaciones y divisiones.....	9
Producto de dos factores, o división	9
Producto de múltiples factores.....	10
Potencia de base negativa.....	10
Jerarquías de operaciones.....	10
Suma y resta de fracciones.....	11
Fracciones de igual denominador...	11

Fracciones de distintos denominadores.....	11
Multiplicación de fracciones.....	12
División de fracciones.....	12
MEDIDAS. UNIDADES DE LONGITUD, MASA, CAPACIDAD Y TIEMPO. SUPERFICIE Y VOLUMEN. EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL. REPRESENTACIÓN Y MEDIDA DE ÁNGULOS.....	13
Prefijos del Sistema Internacional de unidades.....	13
Unidades de longitud.....	13
Unidades de superficie.....	14
Unidades de volumen.....	15
Medida de volúmenes.....	15
Unidades de capacidad.....	16
Unidades de masa.....	16
Unidades de tiempo.....	17
Representación y medida de ángulos	18
BOCETOS Y CROQUIS DE OBJETOS.	19

NÚMEROS. TIPOS, OPERACIONES Y REPRESENTACIÓN

Números naturales, enteros y reales

Durante la Edad Media la expansión del Islam estableció rutas culturales que se extendieron desde la India hasta la Península Ibérica. En el siglo IX Fatima y Mariam al-Fihri fundaron una madrasa en Fez que se convertiría en la Universidad de Qarawiyyin, la más antigua del mundo. De esta universidad saldría Gerberto de Aurillac, conocido por convertirse en el papa Silvestre II y por ser uno de los principales responsables del uso de números arábigos en Europa.



Universidad de Qarawiyyin (Fez, Marruecos), la más antigua del mundo, fundada por las hermanas tunecinas Fatima y Mariam al-Fihri en el siglo IX (Imagen: dominio público).



La palabra "cálculo" hace referencia al término latino "calculus", piedra, por el uso que los romanos hacían de piedras para realizar

operaciones matemáticas. El nombre del matemático persa Al-Jwarizmi dió lugar a los términos "álgebra", "algoritmo" y "guarismo". [Las bases de las matemáticas actuales llegaron de África. Los números arábigos proceden de la India.](#)

Números naturales, enteros y reales

Los números naturales son los utilizados para contar los elementos de un conjunto: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$. El número "0" sería la ausencia de elementos en el conjunto, razón por la que algunas definiciones no lo incluyen dentro del conjunto de números naturales¹.

Los números enteros son los números naturales, sus opuestos² y el cero:

$\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$. En ausencia de signo se da por supuesto que se trata de números positivos.



¡CUIDADO! Hay una tendencia muy extendida a "saltarse" el cero, pasando en los números enteros directamente de -1

a 1, lo que ocasiona muchos errores.

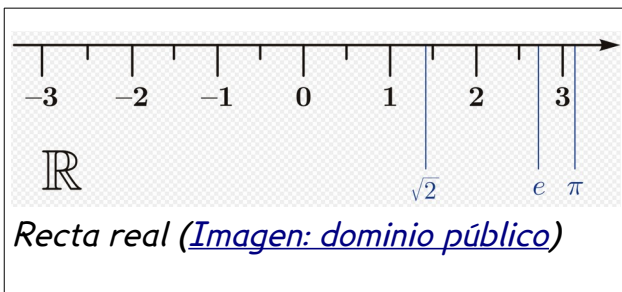
Los números reales incluyen a los números enteros y a todos los demás números (más conocidos como "números decimales") que hay entre ellos. El conjunto de los números reales se simboliza como $\mathbb{R}$. Se representa gráficamente mediante la recta real.

- 1 En la numeración romana el "0" no existía, por lo que en Europa no comenzó a utilizarse como número hasta el siglo XII, con la numeración hindi o arábica.
- 2 Los números negativos.

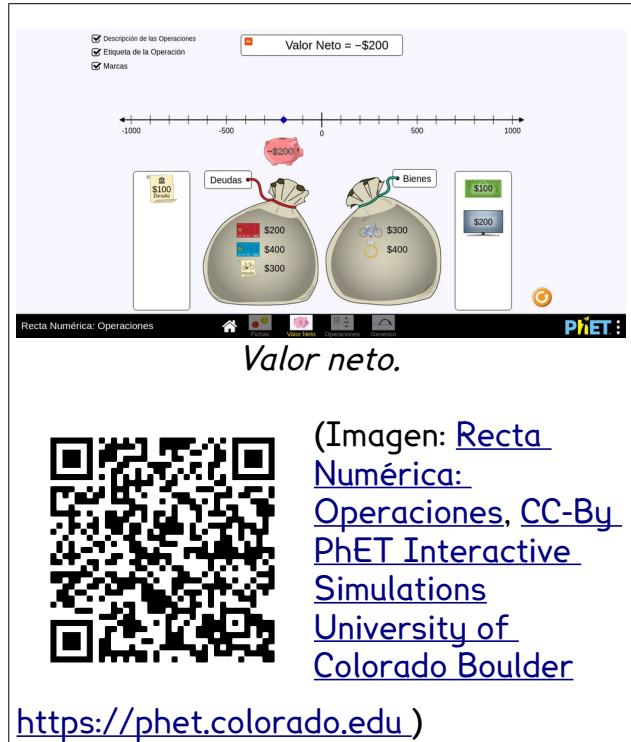


¡CUIDADO! Hay unas normas básicas que hay que cumplir y que suelen ser ignoradas por los principiantes:

- Si la recta real se representa horizontalmente los valores negativos quedan a la izquierda, y los positivos a la derecha. Si se representa verticalmente los valores negativos quedan abajo y los positivos arriba.
- Dentro de un mismo eje todos los segmentos deben tener igual longitud³.
- El "0" es un valor real⁴.

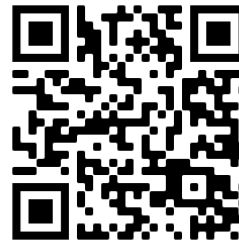


- ³ Es un error de principiante construir los segmentos "a ojo": utiliza la cuadrícula del papel para trabajar correctamente. En las escalas logarítmicas no se cumple esta regla, pero su uso excede el nivel de este curso.
- ⁴ Por alguna razón muchas personas tienden a "saltarse" el valor "0" al construir un eje, representando los números enteros como, por ejemplo -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4,... Pero el "0" es un valor real que debe ser representado entre los valores negativos y positivos.



Ortografía de los números escritos con cifras

La utilización de los números arábigos ha



ido cambiando con el tiempo, dando lugar a una diversidad de normas en distintos países. En España, según la RAE⁵:

- Al escribir números de más de cuatro cifras, se agruparán estas de tres en tres, empezando por la derecha, y separando los grupos por espacios en blanco: 1 234 567 (y no 1.234.567⁶ o 1,234,567⁷).

- ⁵ Real Academia Española. Se dedica a la regularización de la lengua española.
- ⁶ Notación tradicional en España.
- ⁷ Notación habitual en muchas calculadoras electrónicas, justo al revés que la notación tradicional española: utiliza puntos donde nosotros solíamos usar comas, y comas donde nosotros solíamos usar puntos. Esto genera

- Los números de cuatro cifras se escriben sin espacios de separación: *1234* (no *1 234*).
- Para separar la parte entera de la decimal debe usarse la coma, según establece la normativa internacional: *El valor de π es 3,1416*.



En España la notación habitual es la coma. La RAE, no obstante, dice que «Con el fin de

promover un proceso tendente hacia la unificación, se recomienda el uso del punto como signo separador de los decimales».



La Conferencia Internacional de Pesas y Medidas⁸ también acepta tanto

el punto como la coma.

confusión entre quienes utilizan poco la calculadora. Algunos modelos de calculadoras permiten modificar su configuración para usar puntos o comas como separadores decimales. En cualquier caso la mayoría de las calculadoras electrónicas representan, en el teclado, el punto y no la coma (suele estar en la última fila de teclas: una tecla con un punto en su centro).

⁸ Organismo que regula el Sistema Internacional de unidades.



El CSIC⁹, por su parte, dice que las últimas

indicaciones académicas recomiendan separar la parte decimal de la parte entera con un punto (3.1416), con el fin de unificar su uso con la normativa internacional, si bien se sigue aceptando el uso de la coma (3,1416). El uso del apóstrofo (3'1496) no es correcto.

Notación científica

Para acortar la lectura y escritura de números se desarrolló la notación científica.

Escritura de números muy grandes

Si tenemos en cuenta que:

$$a \cdot 10^b = a \cdot 10 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 10$$

multiplicando b veces por 10 , entonces podemos escribir números muy grandes de una forma breve. Por ejemplo:

$$7 \cdot 10^{12} = 7\,000\,000\,000\,000$$

$$4.98 \cdot 10^5 = 498\,000$$

⁹ Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Agencia estatal española dedicada a la promoción de la investigación científica.



¡CUIDADO! El uso de notación científica en la calculadora varía de unos modelos a otros, y deberás

revisar tu calculadora para averiguar como utilizarla:

- Por ejemplo, para escribir $7 \cdot 10^5$ la combinación de teclas a utilizar suele ser la siguiente: **7 EXP 5** o bien **7 ·10^x 5** (las teclas **EXP** y **·10^x** suelen estar en la última fila del teclado de la mayoría de las calculadoras científicas).
- En la pantalla de la calculadora, según el modelo, puede aparecer de distintas formas. Por ejemplo:
 - 7×10^{05}
 - $7 \text{ E} 05$
 - $7 \text{ } 05$
 - $7 \text{ E } 5$
 - Etc.

Escritura de números muy pequeños

Si tenemos en cuenta que:

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b} \text{ entonces } 10^{-x} = \frac{1}{10^x}$$

y esto nos permite escribir números muy pequeños (aunque de gran longitud) de una forma breve. Por ejemplo:

$$7 \cdot 10^{-9} = 7 \cdot \frac{1}{10^9} = \frac{7}{1\,000\,000\,000} = 0.000\,000\,007$$



¡CUIDADO! El signo “-” del exponente se introduce mediante una tecla que, en

algunos modelos está marcada como **(-)** y en otros como **+ / -**. Suele estar arriba, a la izquierda.

Números racionales

Los números racionales ($\mathbb{Q}$) son el subconjunto de los números reales que pueden expresarse como cociente de dos números reales. Son conocidos, también, como fracciones o quebrados.

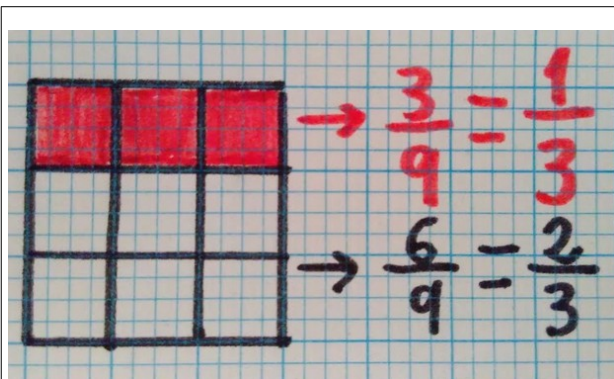
Suelen representarse como un cociente en la forma $\frac{a}{b}$, donde a es el

numerador y b el denominador. El denominador indica el número de partes totales de un todo, y el numerador cuantas de esas partes son contabilizadas.

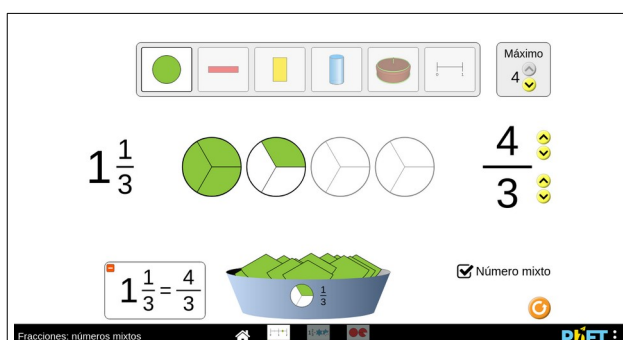
Ejemplo: en una familia hay tres mujeres y dos hombres.

- Total de miembros de la familia: 5 personas.
- Total de mujeres: 3.
- Total de hombres: 2.

La fracción de hombres será $\frac{2}{5}$ (dos quintos) y la de mujeres será $\frac{3}{5}$ (dos quintos).



Representación gráfica de fracciones
En la cuadrícula de la imagen se han coloreado en rojo tres cuadrados de un total de nueve, por lo que la fracción coloreada es de tres novenos. También puede interpretarse como que se ha coloreado una fila de un total de tres, por lo que la fracción coloreada es un tercio. La fracción no coloreada será seis novenos o dos tercios.



Números mixtos.



(Imagen: [Fraciones: números mixtos](https://phet.colorado.edu/), CC-By PhET Interactive Simulations University of Colorado Boulder)

<https://phet.colorado.edu/>)

Actividades

Calcula, y representa gráficamente, las fracciones de hombres, mujeres y personas no binarias¹⁰ de tu familia.

Divisibilidad

Se considera que un número es divisible entre otro cuando el resultado de dicha división es un número entero.

- **Un número es divisible entre 2** si termina en cero o cifra par.
- **Un número es divisible entre 3** si la suma de sus cifras es tres o múltiplo de tres.
- **Un número es divisible entre 5** si termina en cero o cinco.

Descomposición en producto de factores primos

Un número primo es aquel que solo es divisible entre sí mismo y la unidad: 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, etc.

Todo compuesto (es decir, entero no primo) puede expresarse como un producto de factores primos. Esto suele hacerse para encontrar el mínimo común múltiplo (MCM) y el máximo común divisor (MCD) de varios números.

Ejemplo: supongamos que necesitamos conocer el mínimo común múltiplo y máximo común divisor de 12 y 30.

Comenzamos descomponiendo 12 y 30 en productos de factores primos:

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

¹⁰ Personas que no se identifican como hombres ni como mujeres de modo constante.

Obtendremos el mínimo común múltiplo de ambas cantidades como el **producto de los factores comunes¹¹** y no comunes con el mayor exponente¹²:

$$2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

El máximo común divisor lo obtendremos como el **producto de los factores comunes¹³** con el menor exponente¹⁴:

$$2 \cdot 3 = 6$$



MCD y MCM

El mínimo común múltiplo de 15 750 y 4050 es 141 750, mientras que el máximo común divisor es 450.

Algunos ejemplos de descomposiciones de números en productos de factores primos:



Algunos ejemplos de MCD y MCM:

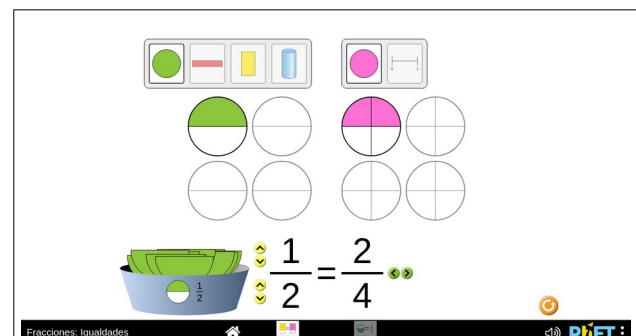


Fracciones equivalentes

Dos fracciones son equivalentes si representan el mismo número racional.

Ejemplo:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = 0.5$$



Fracciones equivalentes.

(Imagen: [Fracciones: igualdades](https://phet.colorado.edu/), CC-By PhET Interactive Simulations University of Colorado Boulder)

<https://phet.colorado.edu/>)

¹¹ En este caso: 2, 3 y 5.

¹² En este caso, entre 2 y 2², escogemos 2² (2 tiene exponente 1, mientras que 2² tiene exponente 2, que es mayor).

¹³ En este caso: 2 y 3.

¹⁴ En este caso, entre 2 y 2², escogemos 2 (2 tiene exponente 1, mientras que 2² tiene exponente 2, que es mayor).



Encuentra las parejas de fracciones.

(Imagen: [Parejas de Fracciones](https://phet.colorado.edu/), CC-BY PhET Interactive Simulations University of Colorado Boulder)

<https://phet.colorado.edu/>)

A veces, para facilitar los cálculos, es conveniente sustituir una fracción por otra equivalente cuyos valores de numerador y denominador tengan el menor valor absoluto posible (fracción irreducible). Para eso es recomendable expresar numerador y denominador como productos de factores primos y, posteriormente, eliminar los factores comunes¹⁵. Ejemplo:

$$\frac{12}{30} = \frac{2^2 \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{2}{5}$$

Actividades

Obtén fracciones irreducibles de las siguientes:

a) $\frac{10}{25}$

b) $\frac{20}{30}$

¹⁵ En este caso los factores comunes son 2 y 5. El proceso es equivalente a dividir numerador y denominador entre su máximo común divisor.

c) $\frac{30}{45}$

d) $\frac{40}{50}$

e) $\frac{250}{60}$

Método estándar de redondeo



A veces no deseamos o no es posible escribir la totalidad de cifras decimales de una cantidad, pero para decidir como

representar estas cantidades con el menor error posible conviene seguir un método adecuado. Según el [método estándar de redondeo](#):

- Si el siguiente decimal es menor que 5 el anterior no se modifica.

Ejemplo: $3.141 \approx 3.14$

- Si el siguiente decimal es mayor que 5 el anterior se aumenta una unidad.

Ejemplo: $3.14159 \approx 3.1416$

- Si el siguiente decimal es 5 no seguido de ceros el anterior se aumenta una unidad.

Ejemplo: $3.14159 \approx 3.142$

- Si el siguiente decimal es 5 seguido de ceros el anterior se aumenta en una unidad si es impar, y se conserva si es par (el resultado, según esta regla, terminará siempre en una cifra par).

Ejemplo: $2.35 = 2.35000 \approx 2.4$

Ejemplo: $2.45 = 2.45000 \approx 2.4$

Cifras significativas

Las cifras significativas son aquellas que suponemos ciertas (las demás pueden estar afectadas por un error de medida).

Ejemplos:

27	2 cifras significativas
27.5	3 cifras significativas
27.50	4 cifras significativas

En multiplicaciones, divisiones y potencias el resultado final tendrá tantas cifras significativas como el factor que menos tenga.

Ejemplo: $25.69 \cdot 1.5 = 38.535$

El número "25.69" tiene cuatro cifras significativas, pero "1.5" solo tiene dos cifras significativas, por lo que el resultado "38.535" solo tiene dos cifras significativas (las siguientes ya no son fiables) y, en consecuencia, redondeamos a dos cifras: $38.535 \approx 39$

Números periódicos

Los números *periódicos* son números racionales con infinitas cifras decimales que pueden representarse fácilmente por una propiedad especial: a partir de cierto punto su parte decimal está formada por una o varias cifras que se repiten *periódicamente*.

Ejemplos:

$$\frac{1}{3} = 0.3333333 \dots = 0.\hat{3}$$

$$\frac{1}{6} = 0.1666666 \dots = 0.1\hat{6}$$



¡CUIDADO! La mayoría de las calculadoras electrónicas¹⁶ son incapaces de utilizar correctamente números periódicos, por lo que estos suelen aparecer en la pantalla redondeados en su última cifra.

Ejemplos:

$$\frac{1}{3} = 0.3333333 \quad \frac{1}{6} = 0.1666667$$

Multiplicaciones y divisiones

Producto de dos factores, o división

a) $++=+$

b) $+--=-$

c) $--+=-$

d) $--=+$

¹⁶ La mayoría, no todas: algunas calculadoras sí que son capaces de representar en la pantalla y utilizar adecuadamente números periódicos.

Producto de múltiples factores

- a) Si hay un número par de signos “-” el resultado es positivo.

Ejemplo: $-3 \cdot (-2) \cdot (-4) \cdot (-1) = 24$

- b) Si hay un número impar de signos “-” el resultado es negativo.

Ejemplo: $-3 \cdot 2 \cdot (-4) \cdot (-1) = -24$

Potencia de base negativa

- a) Si el exponente es par el resultado es positivo.

Ejemplo: $(-3)^2 = -3 \cdot -3 = 9$

- b) Si el exponente es impar el resultado es negativo.

Ejemplo: $(-3)^3 = -3 \cdot -3 \cdot -3 = -27$



¡CUIDADO! Es muy diferente el resultado si el hay un signo “-” dentro o fuera de un paréntesis elevado a

un exponente.

Ejemplo:

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$$

$$-3^2 = -3 \cdot 3 = -9$$

Jerarquías de operaciones

Las operaciones se realizan en el siguiente orden:

1. Paréntesis y corchetes.
2. Potencias y raíces.
3. Multiplicaciones y divisiones.
4. Sumas y restas.

Actividades



- a) $13 - (9 + 5) =$
 b) $(5 - 7) - (11 - 4 + 2) =$
 c) $30 - 2 \cdot (5 + 7) =$
 d) $3 \cdot 4 - 6 \cdot (10 - 4 \cdot 2) =$

- e) $15 + 4 \cdot (3 + 5 \cdot 3 - 6 \cdot 2) =$
 f) $8 + 7 \cdot 2 - 3 \cdot (9 - 5) + 3 \cdot 4 =$
 g) $[6 - (-8)] - [-4 - (-10)] =$
 h) $(2 - 8) + (5 - 7) - (-9 + 6) - (-5 + 7) =$



- i) $[(-9) - 6] : (-5) =$
 j) $-3 \cdot [-9 - (-7)] =$

- k) $[5 - (-18)] : [9 - 15] =$
 l) $4 \cdot (-6) - (-15) - 2 \cdot (-7) =$
 m) $9 \cdot 5 + 4 \cdot 3 \cdot (2 - 5) + (8 : 2) =$
 n) $-4 \cdot (-5) + 7 \cdot (-8) - 5 \cdot 4 \cdot (-12 + 5) + 8 =$
 o) $3 \cdot 4 + 8(2 - 7) - 4 \cdot (-5) \cdot 2 + 8 =$
 p) $-4 \cdot (-3 \cdot 2 + 5) - 8 \cdot (2 + 7) + 3 =$
 q) $4 + 3 \cdot (2 - 5) - 4 \cdot (8 + 7) =$
 r) $13^2 - (9 + 5)^3 =$
 s) $3 \cdot 4^2 - 6^2 \cdot (10 - 4 \cdot 2)^3 =$
 t) $3 \cdot 4^2 + (-6)^2 \cdot (10 - 4 \cdot 2)^3 =$
 u) $\sqrt{4} = (\text{solución})$
 v) $\sqrt{8 + 7 \cdot 2 - 3 \cdot (9 - 5) + 3 \cdot 4} = (\text{solución})$



¡CUIDADO! Es una costumbre muy extendida la de escribir el símbolo de la raíz sin abarcar la totalidad de la operación afectada por dicha raíz, lo que constituye una incorrección que puede dar lugar a errores de cálculo por no ser suficientemente cuidadoso.



¿Conoces la app **Photomath**? Escanea operaciones escritas a mano y calcula su resultado. Puede servirte para comprobar si has aprendido a aplicar correctamente las jerarquías de operaciones y la regla de signos.



Suma y resta de fracciones

Fracciones de igual denominador

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} - \frac{d}{b} = \frac{a+c-d}{b}$$

Ejemplo:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{5}{2} = \frac{1+3-5}{2} = \frac{-1}{2} = -0.5$$

Algunos ejemplos de sumas y restas de fracciones con igual denominador:



Fracciones de distintos denominadores

Para sumar y restar fracciones de distintos denominadores es necesario sustituirlas por fracciones equivalentes pero con denominador común.

Ejemplo:

$$\frac{5}{12} + \frac{7}{30}$$

Lo más conveniente es sustituir ambas fracciones por otras equivalentes pero con un denominador que sea el mínimo común múltiplo¹⁷ de 12 y 30 que, como ya hemos calculado, es 60.

Para obtener una fracción equivalente a

$$\frac{5}{12} \text{ pero con denominador } 60$$

tendremos que multiplicar numerador y denominador por un valor que haga que el denominador sea 60. Buscamos ese número dividiendo 60 entre 12: 5.

Multiplicamos numerador y denominador por ese valor:

$$\frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 5}{12 \cdot 5} = \frac{25}{60}$$

Lo mismo hacemos con la otra fracción:

$$60/30=2$$

$$\frac{7}{30} = \frac{7 \cdot 2}{30 \cdot 2} = \frac{14}{60}$$

Entonces

$$\frac{5}{12} + \frac{7}{30} = \frac{25}{60} + \frac{14}{60} = \frac{25+14}{60} = \frac{39}{60}$$

Algunos ejemplos de sumas y restas de fracciones con distinto denominador.

¹⁷ En realidad nos servirá cualquier múltiplo común como, por ejemplo, $12 \cdot 15 = 180$ pero un valor más pequeño será más sencillo de manejar y reducirá la probabilidad de cometer errores de cálculo.

Más ejemplos:



Actividades



Resuelve las siguientes sumas simplificando el resultado a una fracción irreducible cuando sea posible:

a) $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$

b) $\frac{25}{30} + \frac{45}{50}$

c) $\frac{25}{30} + \frac{45}{50} - (\frac{2}{3} - \frac{4}{5})$

Multiplicación de fracciones

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Ejemplo:

$$\frac{5}{3} \cdot \frac{8}{7} = \frac{5 \cdot 8}{3 \cdot 7} = \frac{40}{21}$$

Algunos ejemplos de multiplicación de fracciones:



Actividades



Resuelve las siguientes multiplicaciones simplificando el resultado a una fracción irreducible cuando sea posible:

d) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$

e) $\frac{25}{30} \cdot \frac{45}{50}$

f) $(\frac{25}{30} \cdot \frac{45}{50}) - (\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5})$

División de fracciones

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Ejemplo:

$$\frac{5}{3} : \frac{8}{7} = \frac{5 \cdot 7}{3 \cdot 8} = \frac{35}{24}$$

Algunos ejemplos de división de fracciones:



Actividades



Resuelve las siguientes divisiones simplificando el resultado a una fracción irreducible cuando sea posible:

g) $\frac{2}{3} : \frac{4}{5}$

h) $\frac{25}{30} : \frac{45}{50}$

i) $(\frac{25}{30} : \frac{45}{50}) - (\frac{2}{3} : \frac{4}{5})$

MEDIDAS. UNIDADES DE LONGITUD, MASA, CAPACIDAD Y TIEMPO. SUPERFICIE Y VOLUMEN. EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL. REPRESENTACIÓN Y MEDIDA DE ÁNGULOS.

Prefijos del Sistema Internacional de unidades



Actualmente el [Sistema Internacional de Unidades](#) admite el uso de muchos prefijos, pero los más habituales son los siguientes:

Prefijo ¹⁸	Símbolo ¹⁹	Valor
kilo	k	$1000=10^3$
hecto	h	$100=10^2$
deca	da	$10=10^1$
-	-	$1=10^0$
deci	d	$0.1=10^{-1}$
centi	c	$0.01=10^{-2}$
mili	m	$0.001=10^{-3}$

¹⁸ Hay prefijos de valor superior a kilo e inferior a mili, pero apenas tienen utilidad en este curso.

¹⁹ Antiguamente los símbolos de los prefijos de los múltiplos (kilo, hecto, deca) se escribían con mayúsculas y los de los submúltiplos (deci, centi, mili) con minúsculas. Al escribirse todas con minúsculas se tomó la decisión de escribir el símbolo de deca como **da** para diferenciarlo del de deci (d).

Unidades de longitud

En el Sistema Internacional de Unidades la longitud se mide en metros (m). Si combinamos esta unidad con los prefijos antes mencionados el resultado es el siguiente:



Cada unidad de la escala es **diez veces superior a la unidad que tiene justo a su izquierda**. Cada vez que cambiamos a una unidad superior debemos, por tanto, dividir entre diez, y multiplicar por diez si cambiamos a una unidad inferior.

Ejemplos:

$5 \text{ km} = 50 \text{ hm} = 5 \cdot 10 \text{ hm} = 500 \text{ dam} = 5 \cdot 10^2 \text{ dam} = 5000 \text{ m} = 5 \cdot 10^3 \text{ m} = 50 \text{ 000 dm} = 5 \cdot 10^4 \text{ dm} = 500 \text{ 000 cm} = 5 \cdot 10^5 \text{ cm} = 5 \text{ 000 000 mm} = 5 \cdot 10^6 \text{ mm}$.

$8 \text{ mm} = 0.8 \text{ cm} = 8 \cdot 10^{-1} \text{ cm} = 0.08 \text{ dm} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ dm} = 0.008 \text{ m} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0.000 8 \text{ dam} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ dam} = 0.000 08 \text{ hm} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ hm} = 0.000 008 \text{ km} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ km}$.

Actividades



- $2 \text{ km} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$
- $35 \text{ hm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$
- $20 \text{ dam} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ km}$
- $85 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$
- $7 \text{ dam} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

f) $6 \text{ dm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

g) $85 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}$

h) $2 \text{ km} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

- i) $30 \text{ hm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$
 j) $25 \text{ dam} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ km}$
 k) $850 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ hm}$
 l) $700 \text{ dm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dam}$
 m) $85\,000 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$
 n) $750 \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm}$
 o) $3 \text{ km} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm}$
 p) $7 \text{ hm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}$
 q) $8 \text{ dam} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$



- r) $6 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dam}$
 s) $75 \text{ dm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dam}$
 t) $850 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$
 u) $7425 \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm}$
 v) $25 \text{ km} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ hm}$

- w) $3 \text{ hm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$
 x) $45 \text{ dam} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$
 y) $7400 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ km}$
 z) $850 \text{ dm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dam}$
 aa) $970 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm}$
 ab) $876 \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

Más ejemplos:



Unidades de superficie

Las unidades de superficie son derivadas de las de longitud, pero cada una de ellas es **cien veces superior o inferior** a las unidades más próximas de la escala, de manera que las unidades más habituales son las siguientes:

$$\text{km}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2 = 10^6 \text{ m}^2$$

$$\text{hm}^2 = 10\,000 \text{ m}^2 = 10^4 \text{ m}^2$$

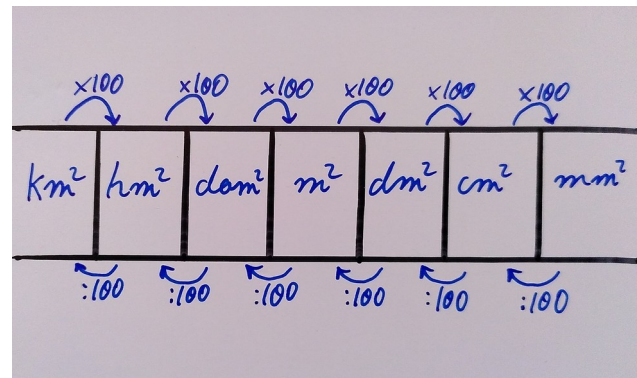
$$\text{dam}^2 = 100 \text{ m}^2 = 10^2 \text{ m}^2$$

$$\text{m}^2 = 10^0 \text{ m}^2$$

$$\text{dm}^2 = 0.01 \text{ m}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$\text{cm}^2 = 0.0001 \text{ m}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\text{mm}^2 = 0.000\,001 \text{ m}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$$



Unidades de volumen

Las unidades de volumen son derivadas de las de longitud, pero cada una de ellas es **mil veces superior o inferior** a las unidades más próximas de la escala, de manera que las unidades más habituales son las siguientes:

$$\text{km}^3 = 1\,000\,000\,000\,\text{m}^3 = 10^9\,\text{m}^3$$

$$\text{hm}^3 = 1\,000\,000\,\text{m}^3 = 10^6\,\text{m}^3$$

$$\text{dam}^3 = 1000 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ m}^3$$

$$m^3 = 10^0 m^3$$

$$\text{dm}^3 = 0.001 \text{ m}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\text{cm}^3 = 0.000\ 001\ \text{m}^3 = 10^{-6}\ \text{m}^3$$

$$\text{mm}^3 = 0.000\ 000\ 001\ \text{m}^3 = 10^{-9}\ \text{m}^3$$



¡CUIDADO! El símbolo de “centímetro cúbico” es “cm³”, no “cc” ni “c.c.”.

Medida de volúmenes

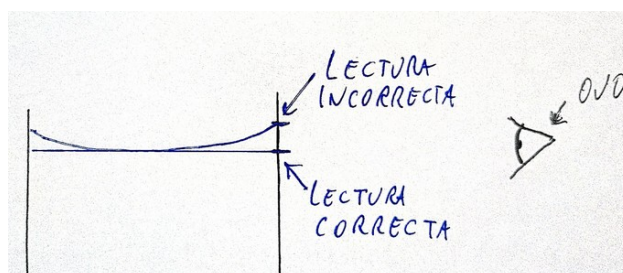
El volumen de un líquido puede medirse directamente de forma aproximada con una probeta, vaso de precipitados o similar (de forma más precisa con una pipeta), y el de un sólido midiendo el volumen de líquido que desplaza al sumergirlo.



¡CUIDADO! El líquido tiende a formar una curva, llamada menisco, de forma que la lectura debe tomarse donde marque la parte

inferior de dicha curva, no la superior.

Los ojos deben estar a la misma altura que el menisco.



Medida de volúmenes de líquidos (I) (CC-BY Ángel Vázquez Hernández)

Otro video AUTO REPRODUCCIÓN 

El problema del menisco.

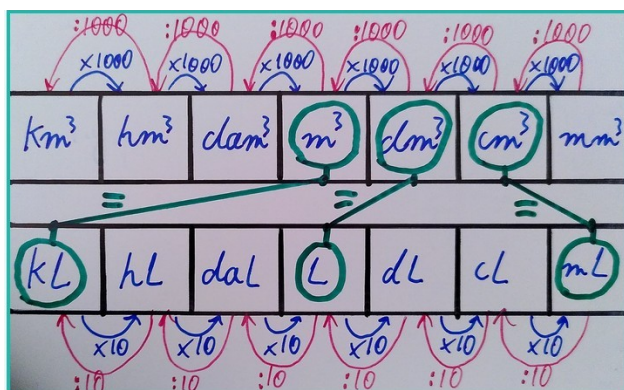
Unidades de capacidad

Aunque no es una unidad del Sistema Internacional de Unidades se admite litro como un nombre especial del decímetro cúbico, siendo sus símbolos²⁰ l y L. Se admiten también múltiplos y submúltiplos de manera análoga a como se hace con las unidades de longitud. De este modo las unidades de capacidad más habituales son: kL, hL, daL, L, dL, cL y mL.



Pasar de unidades de capacidad a unidades de volumen es fácil si se tienen en cuenta algunas equivalencias:

- $1 \text{ m}^3 = 1 \text{ kL}$
- $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$
- $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$



Algunos ejemplos de cambios de unidades de capacidad y volumen:



²⁰ En 1979 la Conferencia Internacional de Pesas y Medidas decidió aceptar, como símbolos del litro, tanto "l" (minúscula) como "L" (mayúscula): la razón es la posible confusión entre "l" y "1" en algunas tipografías.



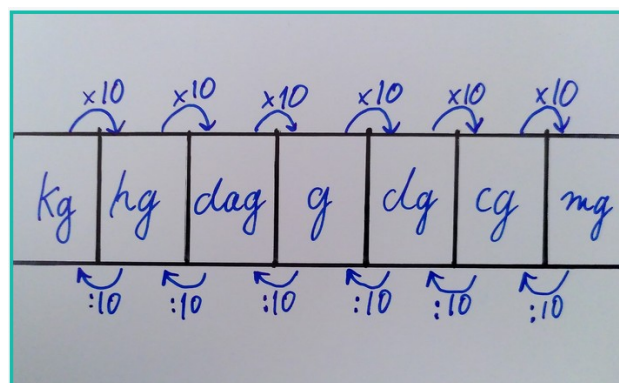
[Uso de la pipeta.](#)



Unidades de masa

En el Sistema Internacional de Unidades la masa se mide en kg. Las unidades más utilizadas son: kg, hg, dag, g, dg, cg y mg, y los cambios de unidades se realizan de manera análoga a como se realizan los de unidades de longitud.

Cada unidad de la escala es **diez veces superior a la siguiente**. Cada vez que cambiamos a una unidad superior debemos, por tanto, dividir entre diez, y multiplicar por diez si cambiamos a una unidad inferior.



Ejemplos:

$$\begin{aligned} 5 \text{ kg} &= 50 \text{ hg} = 500 \text{ dag} = 5 \cdot 10^2 \text{ dag} = \\ &= 5000 \text{ g} = 5 \cdot 10^3 \text{ g} = 50\,000 \text{ dg} = \\ &= 5 \cdot 10^4 \text{ dg} = 500\,000 \text{ cg} = 5 \cdot 10^5 \text{ cg} = \\ &= 5\,000\,000 \text{ mg} = 5 \cdot 10^6 \text{ mg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8 \text{ mg} &= 0.8 \text{ cg} = 8 \cdot 10^{-1} \text{ cg} = 0.08 \text{ dg} = \\ &= 8 \cdot 10^{-2} \text{ dg} = 0.008 \text{ g} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ g} = \\ &= 0.000\,8 \text{ dag} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ dag} = \\ &= 0.000\,08 \text{ hg} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ hg} = \\ &= 0.000\,008 \text{ kg} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \end{aligned}$$

Actividades



- a) 2 kg=_____g
- b) 35 hg=_____g
- c) 20 dag=_____kg
- d) 85 g=_____cg
- e) 7 dag=_____g

- f) 6 dg=_____g
- g) 85 cg=_____mg
- h) 2 kg=_____g
- i) 30 hg=_____cg
- j) 25 dag=_____kg
- k) 850 g=_____hg
- l) 700 dg=_____dag
- m) 85 000 cg=_____g
- n) 750 mg=_____dg
- o) 3 kg=_____dg
- p) 7 hg=_____mg
- q) 8 dag=_____cg
- r) 6 g=_____dag
- s) 75 dg=_____dag
- t) 850 cg=_____g

u) 7425 mg=_____dg

v) 25 kg=_____hg

w) 3 hg=_____g

x) 45 dag=_____cg



Para usar correctamente una balanza hace falta asegurarse de saber en que unidades está dando la medida. También es muy

importante saber usar la función tara de la balanza.



Uso básico de una balanza

Otros vídeos auto-reproducible

Unidades de tiempo

En el Sistema Internacional de Unidades el tiempo se mide en segundos (s).

El minuto (min), y la hora (h) y el día (d)

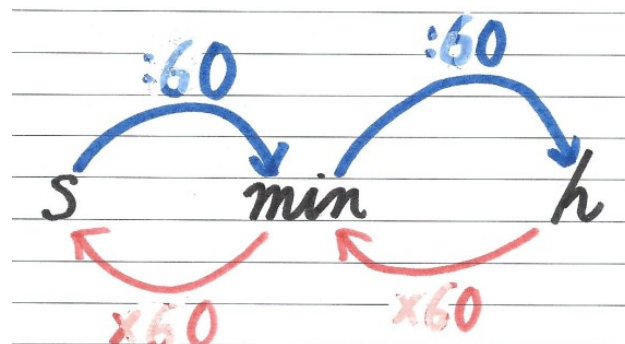
no forman parte del

SI, pero son

aceptadas por él y

son de uso habitual.

Los símbolos min, h y d están aprobados por la RAE.





¡CUIDADO! Existen dos unidades, utilizadas para medir ángulos planos, llamadas segundo y minuto. Sus símbolos son ' y '' y

“ respectivamente, y no deben ser utilizados en lugar de s y min. Tampoco se admiten abreviaturas tales como seg., por ejemplo.

Ejemplos:

$$3600 \text{ s} = 60 \text{ min} = 1 \text{ h}$$

$$3 \text{ h} = 180 \text{ min} = 10\,800 \text{ s}$$

Actividades



- $2 \text{ h} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ min} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ s}$
- $35 \text{ min} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ h} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ s}$
- $2.5 \text{ h} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ min} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ s}$
- $48\,000 \text{ s} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ min} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ h}$
- $860 \text{ min} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ h} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ s}$
- $3.5 \text{ h} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ min} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ s}$
- $350 \text{ min} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ h} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ s}$
- $80\,000 \text{ s} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ min} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ h}$

Representación y medida de ángulos

MEDIDA DE ÁNGULOS		
SISTEMA	CALCULADORA	CIRCUNFERENCIA
SEXAGESIMAL	DEG	360°
RADIANES	RAD	$2\pi \text{ rad}$
CENTESIMAL	GRA	400°

ÁNGULOS		
ÁNGULO AGUDO	ÁNGULO RECTO	ÁNGULO OBTUSO
INFERIOR A 90°	IGUAL A 90°	SUPERIOR A 90°

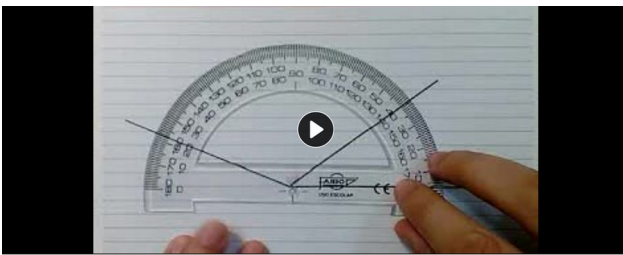
Existen tres formas principales de medida de ángulos:

- Sexagesimal:** en este sistema una circunferencia tiene un ángulo de 360° (360 grados sexagesimales), cada grado sexagesimal se divide en 60' (60 minutos sexagesimales²¹) y cada minuto sexagesimal en 60" (sesenta segundos sexagesimales²²). En algunas calculadoras aparece la leyenda DEG en la pantalla cuando está configurada para realizar cálculos en este sistema. Los transportadores de ángulos suelen utilizar el sistema sexagesimal.

²¹ No confundir con minutos de tiempo, cuyo símbolo es min.

²² No confundir con segundos de tiempo, cuyo símbolo es s.

- **Radianes:** en este sistema una circunferencia tiene un ángulo de 2π rad (2π radianes). El radián es la unidad de ángulo plano en el Sistema Internacional de Unidades. Es muy utilizada en física. En algunas calculadoras aparece la leyenda RAD en la pantalla cuando están configuradas para ser utilizadas en este sistema.
- **Centesimal:** en este sistema una circunferencia tiene un ángulo de 400 grados centesimales. El uso de este sistema es raro fuera de la topografía y la ingeniería civil. En algunas calculadoras aparece la leyenda GRA cuando están configuradas en este sistema.



Uso del transportador de ángulos

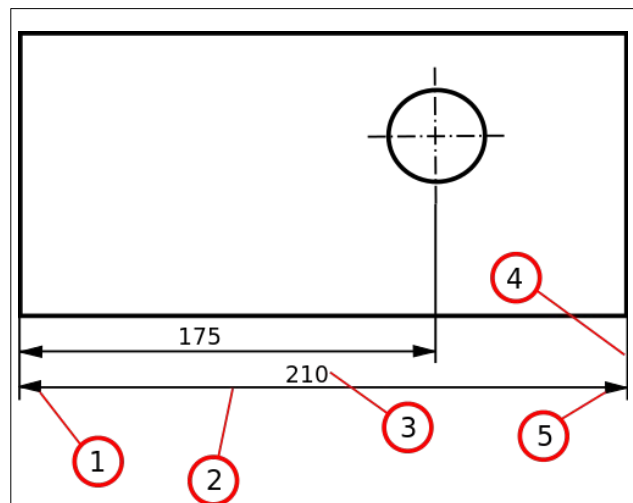
Otros videos: [auto-reproducción](#)

[Para medir ángulos con un transportador tenemos que respetar dos reglas básicas:](#)

- El centro del transportador debe situarse sobre el vértice del ángulo.
- Una de las rectas que definen el ángulo debe coincidir con el cero de la escala.

BOCETOS Y CROQUIS DE OBJETOS

Las normas para describir las dimensiones de un objeto están estandarizadas según la normativa europea DIN 406 y la normativa internacional ISO 129-1:2004. Estas normas describen el uso de componentes de acotado y símbolos.



Elementos de acotado (Imagen: [dominio público](#))

1. Marca inicial.
2. Línea de cota
3. Cifra de cota.
4. Línea auxiliar de referencia.
5. Marca final.

Entre los componentes de acotado más usados destacan los siguientes:

- **Cifra de cota:** número que indica la magnitud medida. En la imagen superior, por ejemplo, pueden verse algunas cifras de cota cuyos valores son 175 y 210.
- **Línea de cota:** línea paralela a un segmento que se está midiendo. Está delimitada por las marcas inicial y final.
- **Línea auxiliar de referencia:** línea que va desde un punto al final de una línea de cota para facilitar la lectura.

A veces se utilizan símbolos especiales como los siguientes:

- $\varnothing$: indica el valor del diámetro de una circunferencia (distancia entre dos puntos opuestos de una circunferencia).
- R: indica el valor del radio de una circunferencia (distancia que va desde un punto de una circunferencia hasta el centro de la misma).



[CC-BY 4.0](#) Ángel Vázquez Hernández 2023

Usted es libre de:

- **Compartir** – copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato
- **Adaptar** – remezclar, transformar y crear a partir del material para cualquier finalidad, incluso comercial.

El licenciador no puede revocar estas libertades mientras cumpla con los términos de la licencia.

Bajo las condiciones siguientes:

- **Reconocimiento** – Debe [reconocer adecuadamente](#) la autoría, proporcionar un enlace a la licencia e [indicar si se han realizado cambios](#). Puede hacerlo de cualquier manera razonable, pero no de una manera que sugiera que tiene el apoyo del licenciador o lo recibe por el uso que hace.
- **No hay restricciones adicionales** – No puede aplicar términos legales o [medidas tecnológicas](#) que legalmente restrinjan realizar aquello que la licencia permite.

Avisos:

- No tiene que cumplir con la licencia para aquellos elementos del material en el dominio público o cuando su utilización esté permitida por la aplicación de [una excepción o un límite](#).

Los derechos de los usuarios bajo los límites o las excepciones, como el uso justo o el trato justo, no quedan afectados por las licencias CC.

[Más información.](#)

- No se dan garantías. La licencia puede no ofrecer todos los permisos necesarios para la utilización prevista. Por ejemplo, otros derechos como los de [publicidad, privacidad, o los derechos morales](#) pueden limitar el uso del material.