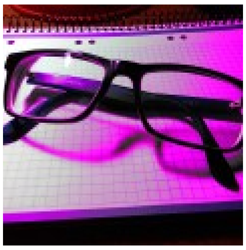
ECHANDO CUENTAS

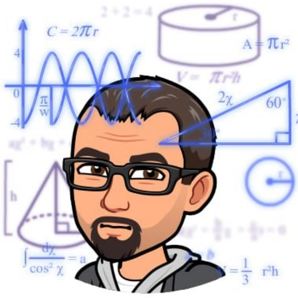


Proyecto STEAM

(Diseño de Inma P.nitas)

La Agenda 2030 establece la Educación de Calidad como uno de los Objetivos de Desarrollo Sostenible.

Bienvenide, bienvenido o bienvenida al Módulo I del Ámbito Científico Tecnológico de ESPA.



¿Qué tal se te dan las matemáticas? En lo que va de curso apenas hemos tenido que echar algunas cuentas, y han sido bastante sencillas. Pero en cursos superiores vas a tener que hacer cálculos cada vez más complicados.

En esta situación de aprendizaje vas a aprender **cómo realizar algunos tipos de operaciones bastante frecuentes, como por ejemplo aquellas en las que aparecen fracciones, o cómo resolver problemas en los que hay que hacer varios tipos de operaciones combinadas.**

Para poder hacer esto, entre otras cosas, **aprenderás a hallar el mínimo común múltiplo de varios números, a aplicar las reglas de signos y las jerarquías de operaciones.**

Sumario

OPERACIONES COMBINADAS

Reglas de signos

Producto de dos factores, o división

Al multiplicar o dividir dos números el resultado puede ser positivo o negativo según los siguientes casos:

a) **+·+=+ o +/+=+**
b) **+·-=- o +/-=-**
c) **-·+=- o -/+=-**
d) **-·-=+ o -/-=+**

Producto de múltiples factores

a) **Si hay un número par de signos "-" el resultado es positivo.**

Ejemplo: $-3\cdot(-2)\cdot(-4)\cdot(-1)=24$

b) **Si hay un número impar de signos "-" el resultado es negativo.**

Ejemplo: $-3\cdot2\cdot(-4)\cdot(-1)=-24$

Potencia de base negativa

a) **Si el exponente es par el resultado es positivo.**

Ejemplo: $(-3)^2=-3\cdot-3=9$

b) **Si el exponente es impar el resultado es negativo.**

Ejemplo: $(-3)^3=-3\cdot-3\cdot-3=-27$

¡CUIDADO! Es muy diferente el resultado si el hay un signo "-" dentro o fuera de un paréntesis elevado a un exponente.

Ejemplo:

$(-3)^2=(-3)\cdot(-3)=9$

$-3^2=-3\cdot3=-9$

Jerarquías de operaciones

Las operaciones se realizan en el siguiente orden:

1. Paréntesis y corchetes.
2. Potencias y raíces.
3. Multiplicaciones y divisiones.
4. Sumas y restas.

Actividades

a) 13-(9+5)=
b) (5-7)-(11-4+2)=
c) 30-2·(5+7)=
d) 3·4-6·(10-4·2)=
e) 15+4·(3+5·3-6·2)=
f) 8+7·2-3·(9-5)+3·4=
g) [6-(-8)]-[-4-(-10)]=
h) (2-8)+(5-7)-(-9+6)-(-5+7)=

i) $[(-9)-6]:(-5)=$

j) $-3\cdot[-9-(-7)]=$

k) $[5-(-18)]:[9-15]=$

l) $4\cdot(-6)-(-15)-2\cdot(-7)=$

m) $9\cdot5+4-3\cdot(2-5)+(8:2)=$

n) $-4\cdot(-5)+7\cdot(-8)-5\cdot4\cdot(-12+5)+8=$

o) $3\cdot4+8(2-7)-4(-5)\cdot2+8=$

p) $-4\cdot(-3\cdot2+5)-8\cdot(2+7)+3=$

q) $4+3\cdot(2-5)-4\cdot(8+7)=$

r) $13^2-(9+5)^3=$

s) $3\cdot4^2-6^2\cdot(10-4\cdot2)^3=$

t) $3\cdot4^2+(-6)^2\cdot(10-4\cdot2)^3=$

u) $\sqrt{4}$ = (solución)

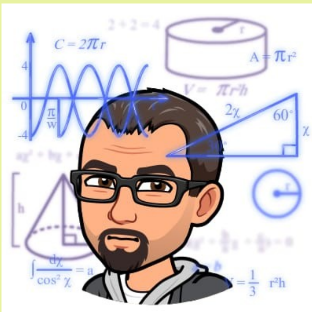
v) $\sqrt{8+7\cdot2-3\cdot(9-5)+3\cdot4}$ = (solución)

¡CUIDADO! Es una costumbre muy extendida la de escribir el símbolo de la raíz sin abarcar la totalidad de la operación afectada por dicha raíz, lo que constituye una incorrección que puede dar lugar a errores de cálculo por no ser suficientemente cuidadoso.

¿Conoces la app Photomath? Escanea operaciones escritas a mano y calcula su resultado. Puede servirte para comprobar si has aprendido a aplicar correctamente las jerarquías de operaciones y la regla de signos.

OPERACIONES CON FRACCIONES

Máximo común divisor y mínimo común múltiplo



En ocasiones vas a necesitar calcular el máximo común divisor o en mínimo común múltiplo de varios números. Ahora nos interesa porque lo necesitarás para sumar o restar fracciones de distinto denominador. Para empezar **necesitarás saber cómo descomponer un número en un producto de factores primos.**

Descomposición en producto de factores primos

Se considera que un número es divisible entre otro cuando el resultado de dicha división es un número entero. Para ahorrar tiempo es conveniente saber reconocer algunos casos de divisibilidad sin necesidad de echar muchas cuentas:

- **Un número es divisible entre 2** si termina en cero o cifra par.
- **Un número es divisible entre 3** si la suma de sus cifras es tres o múltiplo de tres.
- **Un número es divisible entre 5** si termina en cero o cinco.

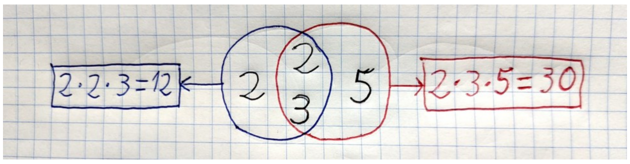
Un número primo es aquel que solo es divisible entre sí mismo y la unidad: 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, etc.

Todo compuesto (es decir, entero no primo) puede expresarse como un producto de factores primos. Esto suele hacerse para encontrar el mínimo común múltiplo (MCM) y el máximo común divisor (MCD) de varios números.

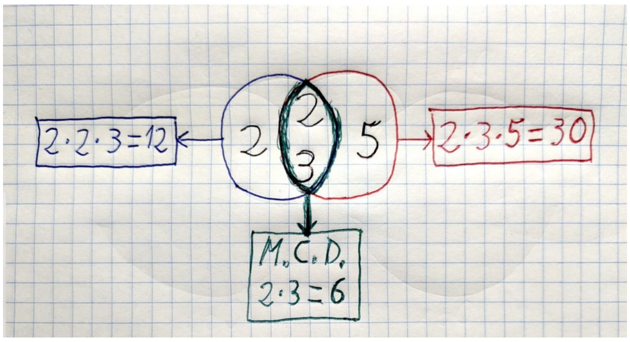
Ejemplo: supongamos que necesitamos conocer el mínimo común múltiplo y máximo común divisor de 12 y 30.

Comenzamos descomponiendo 12 y 30 en productos de factores primos:

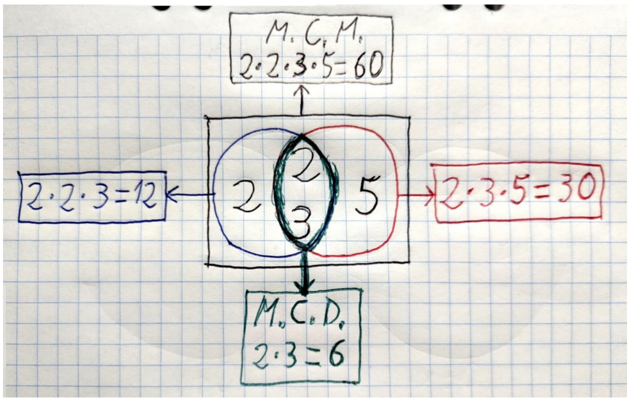
$12=2\cdot2\cdot3$ $30=2\cdot3\cdot5$

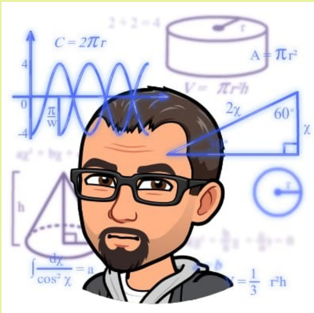


El producto de los **factores comunes** nos dará el **Máximo Común Divisor (en lo sucesivo MCD)**:



El producto de **todos los factores** nos dará el **Mínimo Común Multiplo (en lo sucesivo MCM)**:





Lo de los diagramas de conjuntos es muy visual, pero es conveniente agilizar el proceso buscando otra forma de expresar la misma información sin tener que dibujar nada. Empezaremos expresando la descomposición factorial utilizando potencias:

$12=2\cdot 2\cdot 3=2^2\cdot 3$ $30=2\cdot 3\cdot 5$

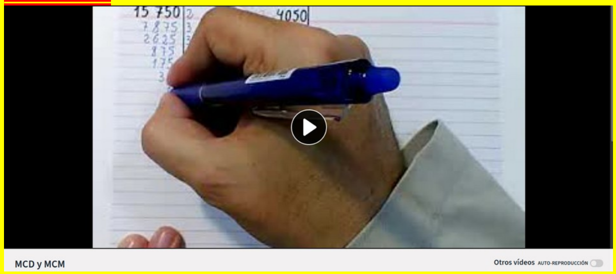
- El **máximo común divisor (MCD)** lo obtendremos como el **producto de los factores comunes** (en el ejemplo anterior: 2 y 3) **con el menor exponente** (en el ejemplo anterior, entre 2 y 2^2, escogemos 2 (2 tiene exponente 1, mientras que 2^2 tiene exponente 2, que es mayor):

$2\cdot 3=6$

- Obtendremos el **mínimo común múltiplo (MCM)** de ambas cantidades como el **producto de los factores comunes y no comunes con el mayor exponente**:

$2^2\cdot 3\cdot 5=60$

VÍDEO



El mínimo común múltiplo de 15 750 y 4050 es 141 750, mientras que el máximo común divisor es 450.

Algunos ejemplos de descomposiciones de números en productos de factores primos:

A veces, para facilitar los cálculos, es conveniente sustituir una fracción por otra equivalente cuyos valores de numerador y denominador tengan el menor valor absoluto posible (fracción irreducible). Para eso es recomendable expresar numerador y denominador como productos de factores primos y, posteriormente, eliminar los factores comunes[1].

Ejemplo:

$$\frac{12}{30}=\frac{2^2\cdot 3}{2\cdot 3\cdot 5}=\frac{2}{5}$$

1 En este caso los factores comunes son 2 y 5. El proceso es equivalente a dividir numerador y denominador entre su máximo común divisor.

Actividades

Obtén fracciones irreducibles de las siguientes:

a) $\frac{10}{25}$

b) $\frac{20}{30}$

c) $\frac{30}{45}$

d) $\frac{40}{50}$

e) $\frac{250}{60}$

Suma y resta de fracciones

Fracciones de igual denominador

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}-\frac{d}{b}=\frac{a+c-d}{b}$$

Ejemplo:

$$\frac{1}{2}+\frac{3}{2}-\frac{5}{2}=\frac{1+3-5}{2}=\frac{-1}{2}=-0.5$$

Algunos ejemplos de sumas y restas de fracciones con igual denominador:

Fracciones de distintos denominadores

Para sumar y restar fracciones de distintos denominadores es necesario sustituirlas por fracciones equivalentes pero con denominador común.

Ejemplo:

$$\frac{5}{12}+\frac{7}{30}$$

Lo más conveniente es sustituir ambas fracciones por otras equivalentes pero con un denominador que sea el mínimo común múltiplo[2] de 12 y 30 que, como ya hemos calculado, es 60.

Para obtener una fracción equivalente a $\frac{5}{12}$ pero con denominador 60 tendremos que multiplicar numerador y denominador por un valor que haga que el denominador sea 60. Buscamos ese número dividiendo 60 entre 12: 5. Multiplicamos numerador y denominador por ese valor:

$$\frac{5}{12}=\frac{5\cdot 5}{12\cdot 5}=\frac{25}{60}$$

Lo mismo hacemos con la otra fracción:

60/30=2

$$\frac{7}{30}=\frac{7\cdot 2}{30\cdot 2}=\frac{14}{60}$$

Entonces

$$\frac{5}{12}+\frac{7}{30}=\frac{25}{60}+\frac{14}{60}=\frac{25+14}{60}=\frac{39}{60}$$

2 En realidad nos servirá cualquier múltiplo común como, por ejemplo, $12\cdot 15=180$ pero un valor más pequeño será más sencillo de manejar y reducirá la probabilidad de cometer errores de cálculo.

Algunos ejemplos de sumas y restas de fracciones con distinto denominador.

Más ejemplos:

Más ejemplos:

Actividades

Resuelve las siguientes sumas simplificando el resultado a una fracción irreducible cuando sea posible:

a) $\frac{2}{3}+\frac{4}{5}$

b) $\frac{25}{30}+\frac{45}{50}$

c) $\frac{25}{30}+\frac{45}{50}-(\frac{2}{3}-\frac{4}{5})$

Multiplicación de fracciones

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

Ejemplo:

$$\frac{5}{3}\cdot\frac{8}{7}=\frac{5\cdot 8}{3\cdot 7}=\frac{40}{21}$$

Algunos ejemplos de multiplicación de fracciones:

Actividades

Resuelve las siguientes multiplicaciones simplificando el resultado a una fracción irreducible cuando sea posible:

d) $\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}$

e) $\frac{25}{30}\cdot\frac{45}{50}$

f) $(\frac{25}{30}\cdot\frac{45}{50})-(\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5})$

División de fracciones

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$$

Ejemplo:

$$\frac{5}{3}:\frac{8}{7}=\frac{5\cdot 7}{3\cdot 8}=\frac{35}{24}$$

Algunos ejemplos de división de fracciones:

Actividades

Resuelve las siguientes divisiones simplificando el resultado a una fracción irreducible cuando sea posible:

g) $\frac{2}{3}:\frac{4}{5}$

h) $\frac{25}{30}:\frac{45}{50}$

i) $(\frac{25}{30}:\frac{45}{50})-(\frac{2}{3}:\frac{4}{5})$

Más ejemplos:

Más ejemplos: